

入学試験過去問題

数 学

千葉大学（文系）

対象年度： 2005 年

試験時間： 80 分

問題数： 11 問

- 第 7(A) 問と第 7(B) 問から 1 問を選択して解答
- 第 8(A) 問, 第 8(B) 問, 第 8(C) 問から 1 問を選択して解答

第 1 問

x は正の実数とし、 $x^2 + 4x - 1 = 0$ を満たす。

$$A = 1 + (1 + x) + (1 + x)^2 + (1 + x)^3, \quad B = (1 + x)^3$$

とおくとき、 $\frac{A}{B}$ の値を求めよ。

第 2 問

a は実数とし、 x に関する 2 次方程式 $x^2 + ax + (a-1)^2 = 0$ は相異なる 2 つの実数解をもつ。

- (1) 2 つの解の差の平方を a を用いて表せ。
- (2) 2 つの解の差が整数であるとき a を求めよ。

第 3 問

1 から 5 までの数字が書かれたカードが、それぞれ 2 枚ずつ、合わせて 10 枚ある。この中からカードを 2 枚同時に取り出し、その数字を X, Y とする。ただし、 $X \leq Y$ とする。

(1) $X = Y$ となる確率を求めよ。

(2) $X = 3$ となる確率を求めよ。

(3) X の期待値を求めよ。

第 4 問

数列 $\{a_n\}$ において, $a_1 = 2$, $a_2 = 4$ である。

$$b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

とおくとき, $\{b_n\}$ は正の公比をもつ等比数列とする。

(1) $\frac{(a_{n+1})^2 - a_n a_{n+2}}{a_n a_{n+1}}$ を, b_n , b_{n+1} を用いて表せ。

(2) $\sum_{n=1}^6 \frac{(a_{n+1})^2 - a_n a_{n+2}}{a_n a_{n+1}} = -1456$ が成り立つとき

(i) 一般項 b_n を求めよ。

(ii) 一般項 a_n を求めよ。

第 5 問

a は実数とする。2 つの曲線

$$y = x^3 + 2ax^2 - 3a^2x - 4 \quad \text{と} \quad y = ax^2 - 2a^2x - 3a$$

は、ある共有点で両方の曲線に共通な接線をもつ。このとき a を求めよ。

第 6 問

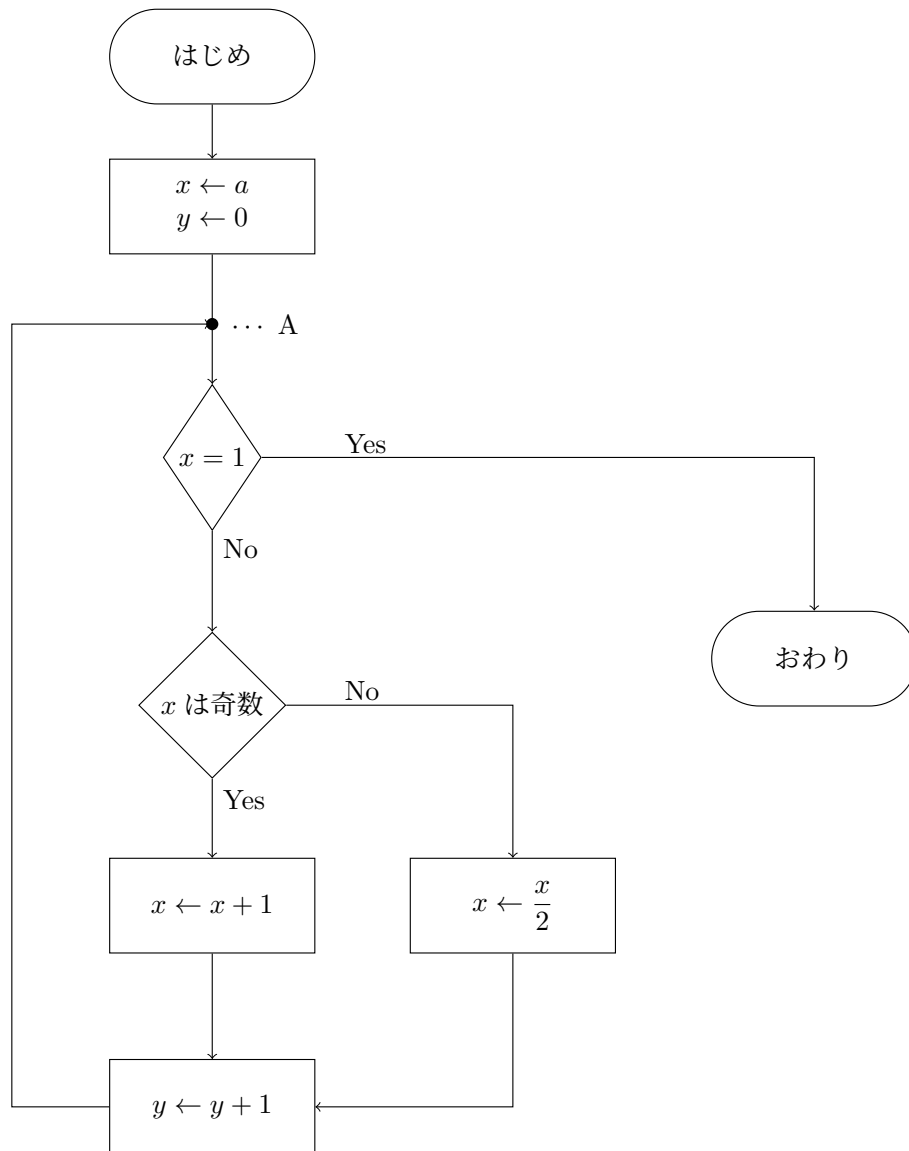
a を 1 と異なる正の定数とすると、次の不等式を満たす (x, y) の範囲を図示せよ。

$$a^{2x} - a^{2y} - a^{2x+y} + a^{x+2y} - a^x + a^y < 0$$

第 7 (A) 問

a, k は正の整数とする。次頁の流れ図のプログラムを実行する。

- (1) $a = 5, 6, 7, 8$ のそれぞれの場合に, このプログラム実行開始から終了までの A 点における x, y の値の表を作成せよ。
- (2) $a = 9$ のとき, このプログラム実行開始から終了までの A 点における x の値を 2 進法で表示せよ。
- (3) $a = 2^k + 1$ であるとき, プログラム終了時の y の値を k を用いて表せ。



第 7 (B) 問

α は絶対値 1 の複素数とし、複素数 z に対して、 $w = \frac{\bar{\alpha}z - 2}{2z - \alpha}$ とおく。ただし $\bar{\alpha}$ は α の共役複素数を表す。

- (1) 複素数平面上で、 z が原点と点 α を通る直線上（ただし、点 $\frac{\alpha}{2}$ を除く）を動くとき、 w を表す点は原点と点 $\bar{\alpha}$ を通る直線上にあることを示せ。
- (2) 複素数平面上で、 z が不等式 $|z| > 1$ を満たすとき、複素数 w を表す点はどのような図形上を動くか。

第 8 (A) 問

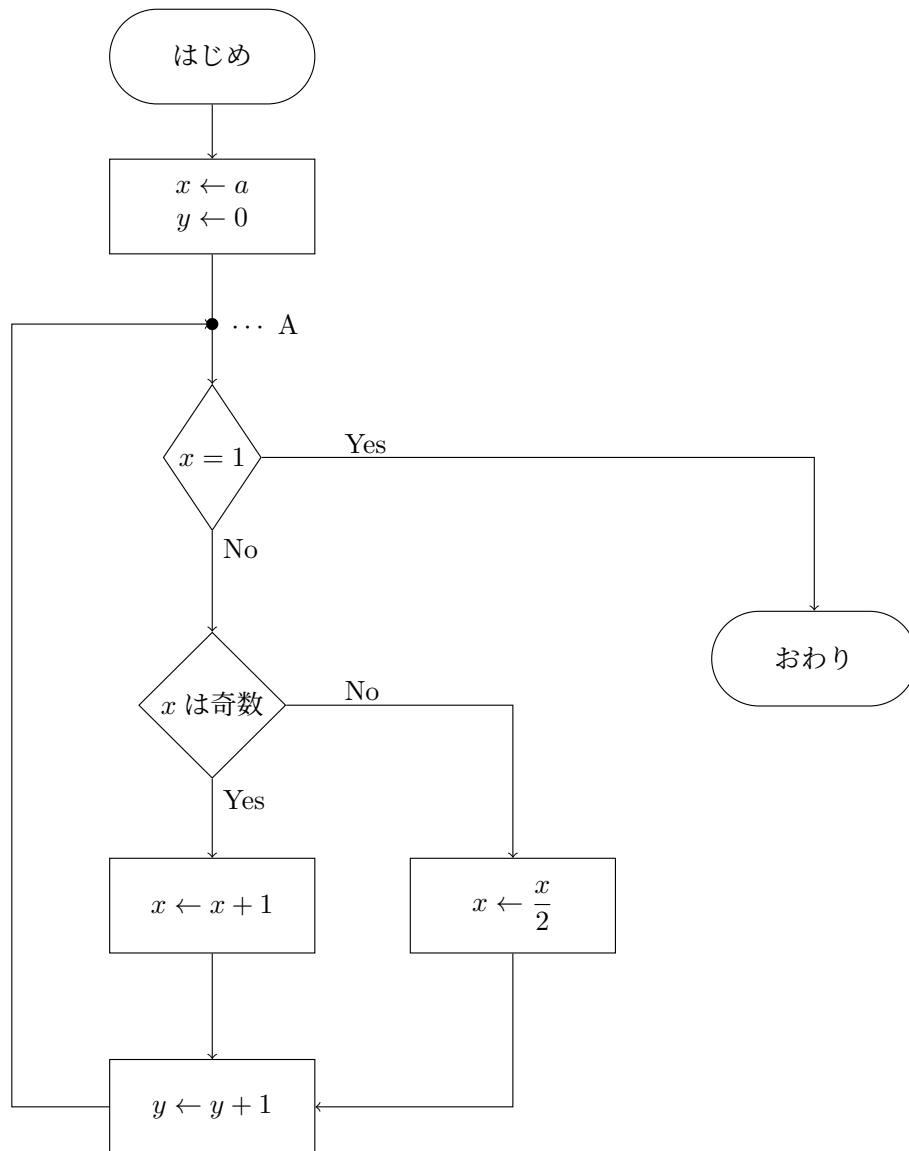
12 枚のカードがある。このうち 4 枚のカードには数字 0 が書いてあり、残り 8 枚のカードには数字 1 が書いてある。この 12 枚のカードから同時に 3 枚のカードを取り出す。このとき、取り出したカードの数字を X, Y, Z とおく。ただし、 $X \leq Y \leq Z$ とする。

- (1) $X = 1$ となる確率 $P(X = 1)$ を求めよ。
- (2) $X + Y + Z$ の期待値 $E(X + Y + Z)$ と分散 $V(X + Y + Z)$ を求めよ。
- (3) $Y = 0$ であるとき、 $Z = 1$ となる条件つき確率を求めよ。

第 8 (B) 問

a, k は正の整数とする。次頁の流れ図のプログラムを実行する。

- (1) $a = 5, 6, 7, 8$ のそれぞれの場合に、このプログラム実行開始から終了までの A 点における x, y の値の表を作成せよ。
- (2) $a = 9$ のとき、このプログラム実行開始から終了までの A 点における x の値を 2 進法で表示せよ。
- (3) $a = 2^k + 1$ であるとき、プログラム終了時の y の値を k を用いて表せ。



第 8 (C) 問

α は絶対値 1 の複素数とし、複素数 z に対して、 $w = \frac{\bar{\alpha}z - 2}{2z - \alpha}$ とおく。ただし $\bar{\alpha}$ は α の共役複素数を表す。

- (1) 複素数平面上で、 z が原点と点 α を通る直線上（ただし、点 $\frac{\alpha}{2}$ を除く）を動くとき、 w を表す点は原点と点 $\bar{\alpha}$ を通る直線上にあることを示せ。
- (2) 複素数平面上で、 z が不等式 $|z| > 1$ を満たすとき、複素数 w を表す点はどのような図形上を動くか。