

入学試験過去問題

数 学

千葉大学（文系）

対象年度：2003 年

試験時間：80 分

問題数：11 問

- 第 7(A) 問と第 7(B) 問から 1 問を選択して解答
- 第 8(A) 問，第 8(B) 問，第 8(C) 問から 1 問を選択して解答

第 1 問

放物線 $y = f(x)$ を x 軸方向に -2 , y 軸方向に 2 だけ平行移動したところ, 放物線

$$y = x^2 + 2(2 - a)x + 2(1 - 2a)$$

が得られた。ただし, a は定数である。

- (1) $f(x)$ を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ が $1 \leq x \leq 4$ の範囲に少なくとも 1 つの解をもつような a の値の範囲を求めよ。

第 2 問

三角形 ABC において、 $\angle A$ の 2 等分線が辺 BC と交わる点を D とする。

- (1) $AB : AC = BD : DC$ を証明せよ。
- (2) $AB = 2$, $AC = 4$, $AD = 1$ のとき、辺 BC の長さと三角形 ABC の面積を求めよ。

第 3 問

n 枚のカードの表に $1, 2, \dots, n$ の数をそれぞれ 1 つずつ書く。この n 枚のカードを裏返しにして、よくまぜ、重ねて、上から順に $1, 2, \dots, n$ の数を書く。表と裏に書かれた数が一致するカードが 1 枚もない確率を p_n とする。

- (1) p_3 を求めよ。
- (2) $n = 4$ のとき、表と裏に書かれた数が一致するカードの枚数の期待値を求めよ。
- (3) p_5 を求めよ。

第 4 問

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 2$$

$$a_n = \frac{1}{n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) a_{n-1} \quad (n = 2, 3, \dots)$$

で定める。

(1) 一般項 a_n を求めよ。

(2) $\sum_{k=1}^n k^2 a_k$ を求めよ。

第 5 問

放物線 $C: y = x^2$ 上の 2 点 A, B は、直線 AB と C で囲まれる図形の面積が $\frac{1}{6}$ になる、という条件を満たしながら C 上を動くとする。このとき、直線 AB が通りうる点の範囲を求め、図示せよ。

第 6 問

R を平面上の凸 6 角形とし、その頂点を順に A, B, C, D, E, F とする。 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{c} = \overrightarrow{CD}$ とおく。 R が $\overrightarrow{ED} = \vec{a}$, $\overrightarrow{FE} = \vec{b}$ を満たすとする。

- (1) $\overrightarrow{AF} = \vec{c}$ であることを示せ。
- (2) 三角形 ACE と三角形 BDF の重心が一致するとき、 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ の間の関係を求めよ。
- (3) R が (2) の条件を満たし、さらに内積に関して $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{c} = -1$ を満たすとき、 R の面積を求めよ。

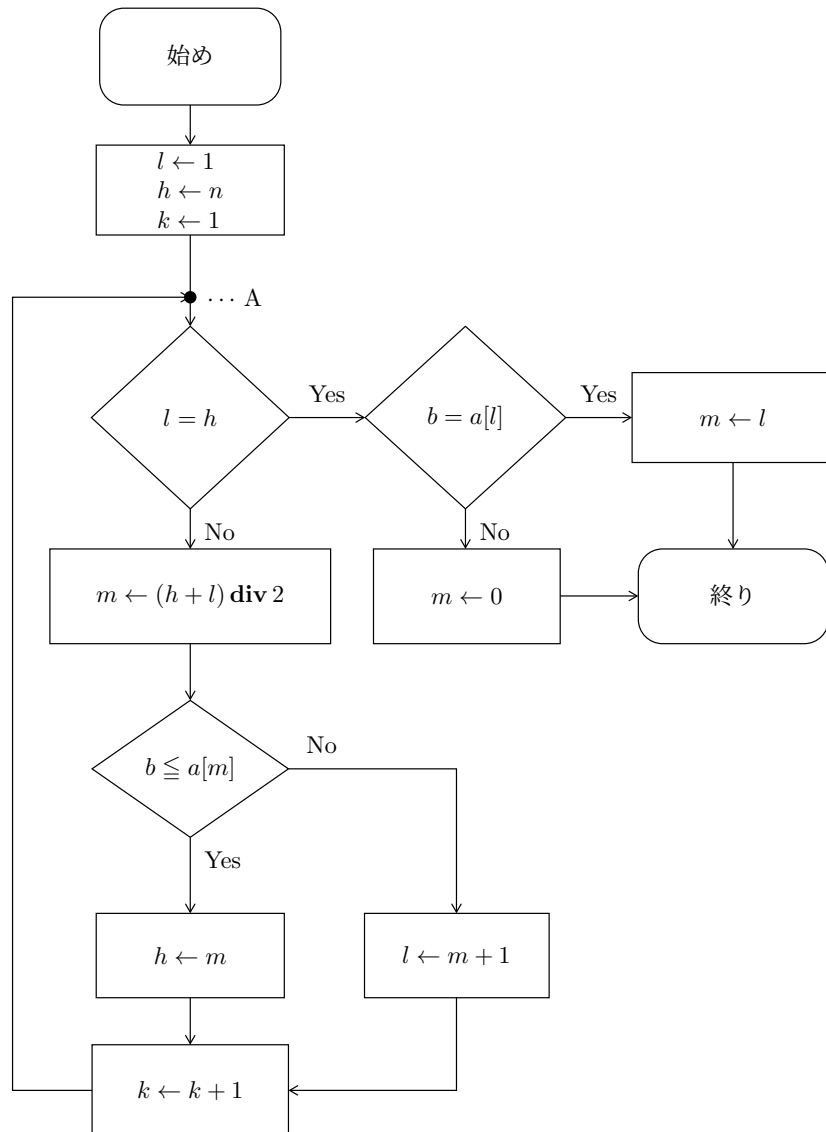
第 7 (A) 問

配列 (添え字付き変数) a において, $a[1], a[2], \dots, a[n]$ には異なる整数の値が小さい順に入っている。このとき, 次頁の流れ図は値 b が

$$a[1], a[2], \dots, a[n]$$

の中に現れるかどうかを判定し, 現れたら $b = a[m]$ となる m を返し, 現われなければ 0 を返すプログラムに対応している。そのプログラムについて以下の問いに答えよ。ただし, $(h+l) \text{div } 2$ は $h+l$ を 2 で割った商の整数部分を表している。

- (1) $n = 16$ とし, $a[5] < b < a[6]$ であったとする。このプログラムの実行開始から終了までの, 流れ図中の A 点における k, l, h の値の表を作成せよ。
- (2) ある自然数 p に対して $n = 2^p$ と表せるとき, A 点で成立している k, l, h, p の関係式を求め, プログラムが終了したときの k を p を使って表せ。ただし, 証明は述べなくてよい。



第 7 (B) 問

R を平面上の凸 6 角形とし、その頂点を順に A, B, C, D, E, F とする。 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{c} = \overrightarrow{CD}$ とおく。 R が $\overrightarrow{ED} = \vec{a}$, $\overrightarrow{FE} = \vec{b}$ を満たすとする。

- (1) $\overrightarrow{AF} = \vec{c}$ であることを示せ。
- (2) 三角形 ACE と三角形 BDF の重心が一致するとき、 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ の間の関係を求めよ。
- (3) R が (2) の条件を満たし、さらに内積に関して $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{c} = -1$ を満たすとき、 R の面積を求めよ。

第 8 (A) 問

a を実数とし、 z を複素数とする。複素数平面上で、 a, z, z^2, z^3 が表す 4 点が、ある正方形の 4 頂点になるとする。ただし、 a と z^2 が表す頂点是对角線上にあるとする。このような a と z の値をすべて求めよ。

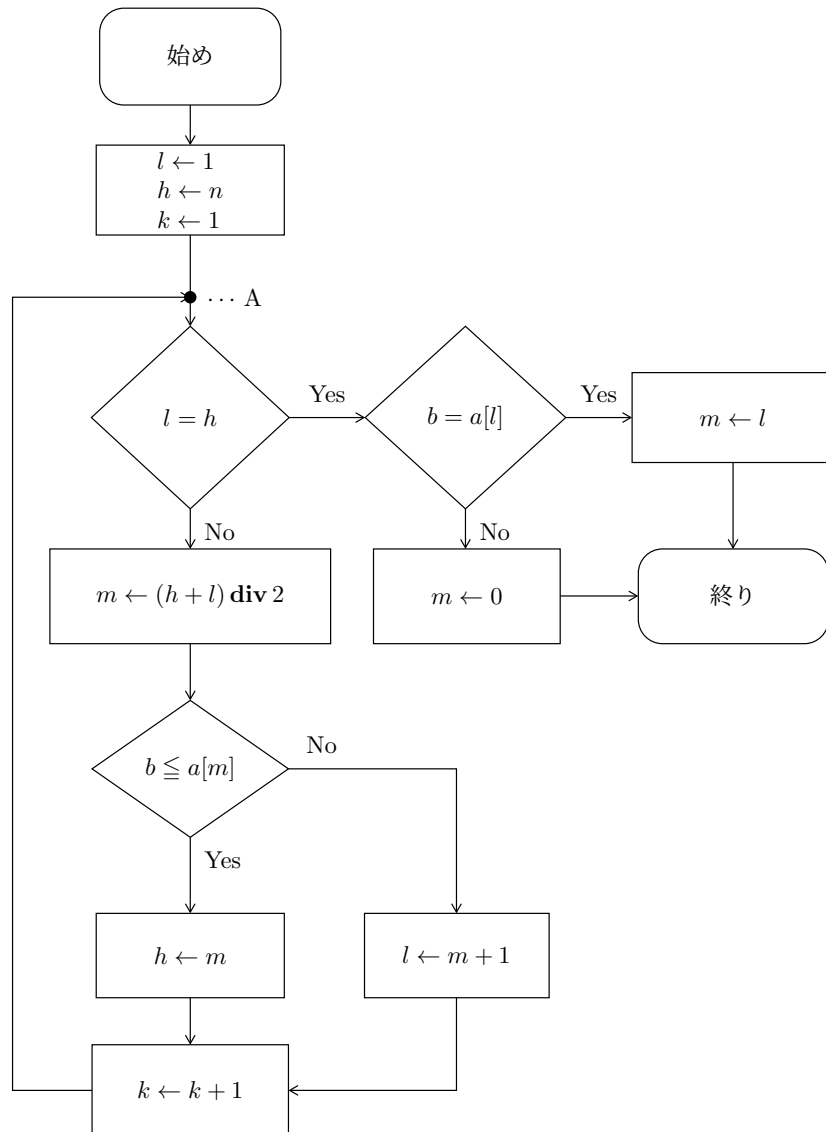
第 8 (B) 問

配列 (添え字付き変数) a において, $a[1], a[2], \dots, a[n]$ には異なる整数の値が小さい順に入っている。このとき, 次頁の流れ図は値 b が

$$a[1], a[2], \dots, a[n]$$

の中に現れるかどうかを判定し, 現れたら $b = a[m]$ となる m を返し, 現われなければ 0 を返すプログラムに対応している。そのプログラムについて以下の問いに答えよ。ただし, $(h+l) \text{div } 2$ は $h+l$ を 2 で割った商の整数部分を表している。

- (1) $n = 16$ とし, $a[5] < b < a[6]$ であったとする。このプログラムの実行開始から終了までの, 流れ図中の A 点における k, l, h の値の表を作成せよ。
- (2) ある自然数 p に対して $n = 2^p$ と表せるとき, A 点で成立している k, l, h, p の関係式を求め, プログラムが終了したときの k を p を使って表せ。ただし, 証明は述べなくてよい。



第 8 (C) 問

n 枚のカードの表に $1, 2, \dots, n$ の数をそれぞれ 1 つずつ書く。この n 枚のカードを裏返しにして、よくまぜ、重ねて、上から順に $1, 2, \dots, n$ の数を書く。表と裏に書かれた数が一致するカードの枚数を X とする。

- (1) $n = 4$ のとき、 X の期待値を求めよ。
- (2) $n = 5$ のとき、 $X = 0$ となる確率を求めよ。
- (3) $n = 5$ のとき、条件 $X \geq 1$ の下で、 $X = 1$ となる条件つき確率を求めよ。