

入学試験過去問題

数 学

千葉大学（文系）

対象年度：2002年

試験時間：80分

問題数：11問

- 第7(A)問と第7(B)問から1問を選択して解答
- 第8(A)問，第8(B)問，第8(C)問から1問を選択して解答

第 1 問

k を実数とし、 $f(x) = x^2 - kx + 3k$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ の実数解の個数を調べよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ が表す放物線の頂点の y 座標が 1 以上となるような最大の整数 k を求めよ。

第 2 問

直角三角形 $OP_1Q_1, OP_2Q_2, OP_3Q_3, \dots$ がある。ただし各 n について、 $\angle O$ は直角で、 $\angle OP_nQ_n$ は n に無関係で一定な角 θ である。一辺 OP_n の長さを a_n とおくと、 $\{a_n\}$ は初項 1, 公差 $\frac{1}{2}$ の等差数列をなすとする。

このとき次の問いに答えよ。

- (1) 辺 P_nQ_n の長さを n と θ を用いて表せ。
- (2) 斜辺 P_nQ_n を一辺とする正方形の面積を S_n とするとき、

$$S_1 + S_2 + \dots + S_n$$

を n と θ を用いて表せ。

- (3) S_n を (2) のように定めるとき、

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 90$$

をみたす角 θ の値を求めよ。

第 3 問

座標平面上に、中心がそれぞれ点 $(0, 1)$ 、点 $(2, 1)$ で、同じ半径 1 をもつ 2 つの円 C_1 と C_2 がある。次の問いに答えよ。

- (1) 2 円 C_1 , C_2 と x 軸に接するように円 C_3 を描く。このとき円 C_3 の中心の座標を求めよ。
- (2) さらに、 2 円 C_1 , C_3 と x 軸に接するように円 C_2 とは異なる円 C_4 を描く。このとき円 C_4 の中心の座標を求めよ。

第 4 問

1 から 9 までの番号が書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつある。この 9 枚のカードをよくきって重ねた後、上から 3 枚のカードを順に左から並べて、3 桁の数を作る。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 3 桁の数が 500 以上である確率を求めよ。
- (2) 3 桁の数が 500 以上の偶数である確率を求めよ。

第 5 問

次の問いに答えよ。ただし同じ色の玉は区別できないものとし、空の箱があってもよいとする。

- (1) 赤玉 10 個を区別ができない 4 個の箱に分ける方法は何通りあるか求めよ。
- (2) 赤玉 10 個を区別ができる 4 個の箱に分ける方法は何通りあるか求めよ。
- (3) 赤玉 6 個と白玉 4 個の合計 10 個を区別ができる 4 個の箱に分ける方法は何通りあるか求めよ。

第 6 問

実数 t に対して, $f(t)$ を

$$f(t) = \int_0^1 |x^2 - tx| dx$$

と定める。 $0 \leq t \leq 1$ のとき, $f(t)$ の最大値および最小値を求めよ。

第 7 (A) 問

次の問いに答えよ。

- (1) 複素数平面上で方程式

$$|z - 3i| = 2|z|$$

が表す図形を求め、図示せよ。

- (2) 複素数 z が (1) で求めた図形の上を動くとき、複素数

$$w = (-1 + i)z$$

が表す点の軌跡を求め、図示せよ。

第 7 (B) 問

配列 (添え字付き変数) a において, $a[0], a[1], a[2], \dots, a[n]$ には, 異なる整数の値が入っている。このとき, 次頁の流れ図は

$$a[1], a[2], \dots, a[n]$$

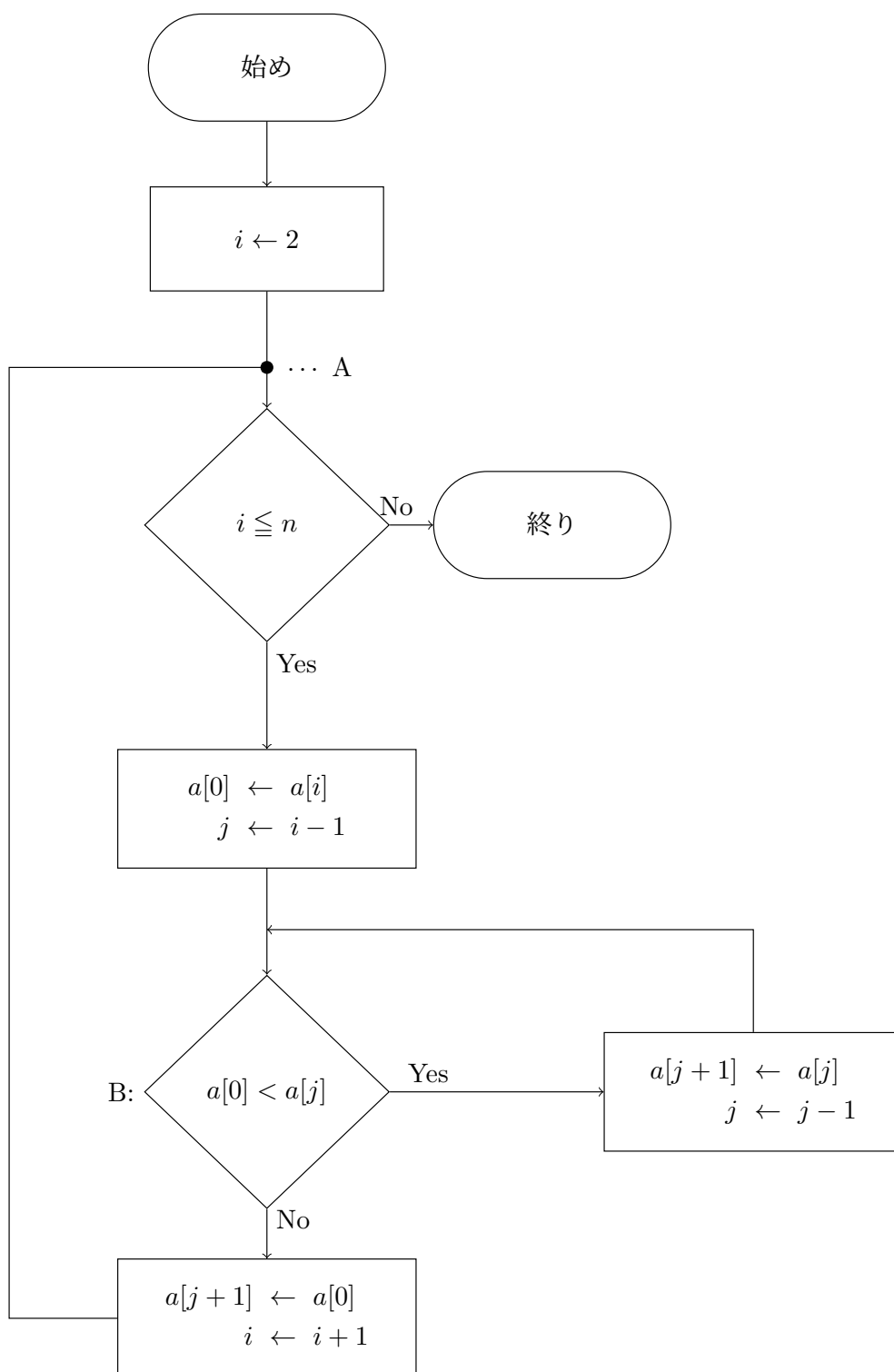
の値を小さい順に並べかえるプログラムに対応している。このプログラムについて以下の問いに答えよ。ただし, 長方形で囲まれた複数の処理は上から順に行われるものとする。

- (1) $n = 4$ とし, 「始め」においては

$$a[0] = 0, \quad a[1] = 5, \quad a[2] = 2, \quad a[3] = 7, \quad a[4] = 3$$

であったとする。このプログラムの実行開始から終了までの, A 点における i の値と $a[k]$ ($k = 0, 1, 2, 3, 4$) の値の表を作成せよ。

- (2) B 点の判定 $a[0] < a[j]$ の回数は, $a[k]$ ($k = 1, 2, \dots, n$) の初期値により異なる。この判定回数をもっとも少ない場合の判定の回数を自然数 n を用いて表せ。またそのような $a[k]$ ($k = 1, 2, \dots, n$) の初期値の例を示せ。ただし, いずれも証明を述べなくてよい。



第 8 (A) 問

次の問いに答えよ。

- (1) 複素数平面上で方程式

$$|z - 3i| = 2|z|$$

が表す図形を求め、図示せよ。

- (2) 複素数 z が (1) で求めた図形から $z = i$ を除いた部分を動くとき、複素数 $w = \frac{z+i}{z-i}$ で表される点の軌跡を求め、図示せよ。

第 8 (B) 問

配列（添え字付き変数） a において、 $a[0], a[1], a[2], \dots, a[n]$ には異なる整数の値が入っている。このとき、次頁の流れ図は

$$a[1], a[2], \dots, a[n]$$

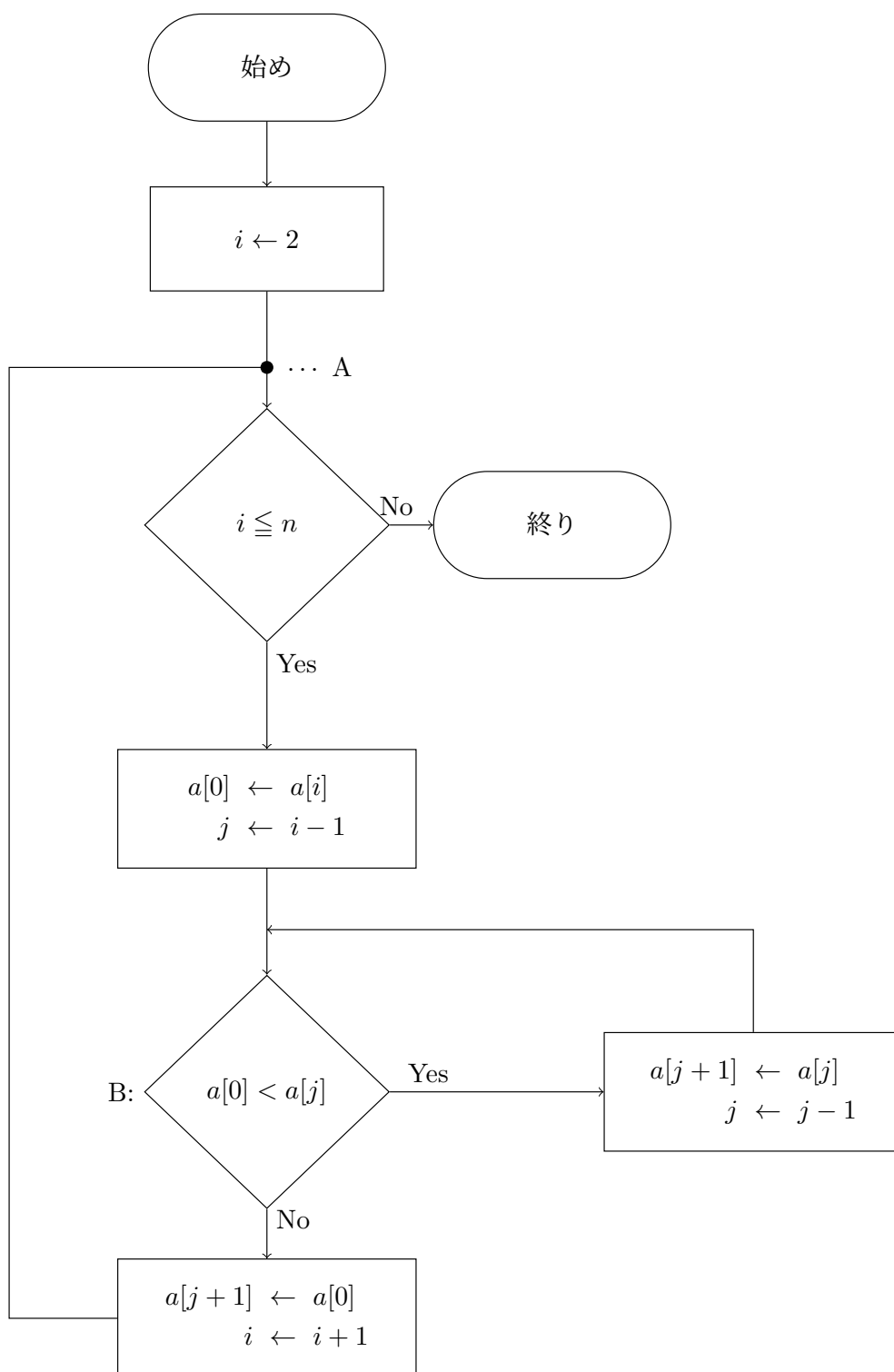
の値を小さい順に並べかえるプログラムに対応している。そのプログラムについて以下の問いに答えよ。ただし、長方形で囲まれた複数の処理は上から順に行われるものとする。

- (1) $n = 4$ とし、「始め」においては

$$a[0] = 0, \quad a[1] = 5, \quad a[2] = 2, \quad a[3] = 7, \quad a[4] = 3$$

であったとする。このプログラムの実行開始から終了までの、A 点における i の値と $a[k]$ ($k = 0, 1, 2, 3, 4$) の値の表を作成せよ。

- (2) B 点の判定 $a[0] < a[j]$ の回数は、 $a[k]$ ($k = 1, 2, \dots, n$) の初期値により異なる。この判定回数をもっとも少ない場合と、もっとも多い場合について、それぞれ判定の回数を自然数 n を用いて表せ。またそれぞれの場合に対応する $a[k]$ ($k = 1, 2, \dots, n$) の初期値の例を示せ。ただし、いずれも証明を述べなくてよい。



第 8 (C) 問

1 から 10 までの番号が書かれた札が 1 枚ずつある。この 10 枚の札から無作為に 5 枚の札を取り出す。このとき、取り出された札のうち、番号が 5 以下であるものの枚数を X とおく。次の問いに答えよ。

- (1) X の確率分布を求めよ。
- (2) X の平均 $E[X]$ および分散 $V[X]$ を求めよ。
- (3) $X = 5$ のときは 10,000 円, $X = 4$ のときは 1,000 円, $X = 3$ のときは 100 円の賞金もらえるが, その他の場合はもらえないものとする。賞金の期待値を求めよ。