

入学試験過去問題

数 学

千葉大学（文系）

対象年度：2001 年

試験時間：80 分

問題数：8 問

- 第 4(A) 問と第 4(B) 問から 1 問を選択して解答
- 第 5(A) 問，第 5(B) 問，第 5(C) 問から 1 問を選択して解答

第 1 問

以下の問いに答えよ。

- (1) n を自然数とする。このとき、 n^2 を 4 で割った余りは 0 または 1 であることを証明せよ。

- (2) 3 つの自然数 a, b, c が

$$a^2 + b^2 = c^2$$

を満たしている。このとき、 a, b の少なくとも一方は偶数であることを証明せよ。

第 2 問

実数 a に対して

$$f(x) = ax^2 - 2ax + a^2 + 1$$

とおく。

(1) 定積分

$$I(a) = \int_1^2 f(x) dx$$

を a を用いて表せ。

(2) $f(x)$ が条件 $f(1) \leq 1$ を満たすような a の範囲を求めよ。

(3) a が (2) の範囲を動くとき、 $I(a)$ の最大値および最小値を求めよ。

第 3 問

a, b を整数とする。3 次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2bx$ が, $0 < x < 2$ の範囲で極大値と極小値をもつとき, a, b の値を求めよ。

第 4 (A) 問

i を虚数単位とし、複素数 z に共役な複素数を $\bar{z}$ で表す。

- (1) a を実数の定数とする。条件

$$1 - \bar{z} = (a + i)(z - \bar{z})$$

を満たす複素数平面上の点 z の全体が直線であるとき、 a の値を求めよ。

- (2) 実軸上にない複素数 α に対して、3 点 $0, 1, \alpha$ を通る複素数平面上の円の中心を β とする。このとき、 β を α と $\bar{\alpha}$ を用いて表せ。
- (3) α, β を (2) の複素数とする。点 α が (1) の直線上を動くとき、 $\frac{\beta}{\alpha}$ は一定であることを証明せよ。

第 4 (B) 問

正の整数 x と y が与えられたとき、以下の手順による計算を行う。

1. $n \leftarrow x, \quad m \leftarrow y, \quad q \leftarrow 0$
2. $m > 0$ かつ $q \leq 2$ を満たしている限り、次の計算を繰り返し実行する。ただし、 n を m で割った商を $n \operatorname{div} m$, 余りを $n \operatorname{mod} m$ で表す。
 - 2-1. $q \leftarrow n \operatorname{div} m, \quad r \leftarrow n \operatorname{mod} m$
 - 2-2. $n \leftarrow m, \quad m \leftarrow r$
3. $q > 2$ ならば 0 を、そうでなければ n の値を出力する。

この手順に関して、以下の問いに答えよ。

- (1) x を 95, y を 35 としたとき、手順 2 の各繰り返しにおいて 2-1 を実行する直前での変数 n, m, q の値の変化を示す表を作成し、手順 3 で出力される数を示せ。
- (2) 変数 n, m の値をそれぞれ x_2, x_1 とし、その状態で 2-1 と 2-2 を続けて実行したところ、変数 m, q の値がそれぞれ x_0, z になったとする。このとき、 x_2 を x_1, x_0, z を使って表せ。
- (3) x と y の両方が 200 以上でかつ出力が 7 になるような x と y を 1 組あげ、その組について (1) と同様の表を作成せよ。

第 5 (A) 問

i を虚数単位とし、複素数 z に共役な複素数を $\bar{z}$ で表す。

- (1) a を実数の定数とする。条件

$$1 - \bar{z} = (a + i)(z - \bar{z})$$

を満たす複素数平面上の点 z の全体が直線であるとき、 a の値を求めよ。

- (2) 実軸上にない複素数 α に対して、3 点 $0, 1, \alpha$ を通る複素数平面上の円の中心を β とする。このとき、 β を α と $\bar{\alpha}$ を用いて表せ。
- (3) α, β を (2) の複素数とする。点 α が (1) の直線上を動くとき、 $\frac{\beta}{\alpha}$ は一定であることを証明せよ。

第 5 (B) 問

正の整数 x と y が与えられたとき、以下の手順による計算を行う。

1. $n \leftarrow x, \quad m \leftarrow y, \quad q \leftarrow 0$
2. $m > 0$ かつ $q \leq 2$ を満たしている限り、次の計算を繰り返し実行する。ただし、 n を m で割った商を $n \operatorname{div} m$, 余りを $n \operatorname{mod} m$ で表す。
 - 2-1. $q \leftarrow n \operatorname{div} m, \quad r \leftarrow n \operatorname{mod} m$
 - 2-2. $n \leftarrow m, \quad m \leftarrow r$
3. $q > 2$ ならば 0 を、そうでなければ n の値を出力する。

この手順に関して、以下の問いに答えよ。

- (1) x を 95, y を 35 としたとき、手順 2 の各繰り返しにおいて 2-1 を実行する直前での変数 n, m, q の値の変化を示す表を作成し、手順 3 で出力される数を示せ。
- (2) 変数 n, m の値をそれぞれ x_2, x_1 とし、その状態で 2-1 と 2-2 を続けて実行したところ、変数 m, q の値がそれぞれ x_0, z になったとする。このとき、 x_2 を x_1, x_0, z を使って表せ。
- (3) x と y の両方が 200 以上でかつ出力が 7 になるような x と y を 1 組あげ、その組について (1) と同様の表を作成せよ。

第 5 (C) 問

2つの野球チーム A, B が繰り返し試合を行う。各試合において, A が勝つ確率を p , B が勝つ確率を $q = 1 - p$ とする。ただし $0 < p < 1$ とする。

- (1) $p = \frac{1}{2}$ とする。A, B どちらかが 4 勝するまでに行う試合数を表す確率変数を X とする。 X の確率分布を求めよ。
- (2) B より先に A が n 勝する確率を $P(n)$ とする。 $P(3)$ と $P(4)$ の大小を比較せよ。