2026年度入学者選抜学力検査問題

数　　学

注 意 事 項

1. この冊子は，監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 監督者から指示があったら，解答用紙の上部の所定欄に受験番号，座席番号を，また，下部の所定欄には座席番号をそれぞれ記入しなさい。その他の欄に記入してはいけません。
3. 解答は，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがあります。
4. 解答は，解答用紙の裏面に書かないこと。
5. 各問題とも，特に指示がないかぎり，必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。小問に分けられているときには，小問の結論を明示すること。
6. この冊子は16頁です。落丁，乱丁または印刷不備があったら申し出ること。
7. 下書き等は，この冊子の余白の部分を使用すること。
8. 解答用紙は，記入の有無にかかわらず，持ち帰ってはいけません。
9. この冊子は持ち帰りなさい。

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 15120 の正の約数の個数，および正の約数の総和を求めよ。

(2) 1 個のさいころを 3 回投げて，出た目を順に k，m，n とする。このとき，$k+m$ が n で割り切れる確率を求めよ。

(3) $\log_6(6!)$ と $\sqrt[6]{6!}$ のどちらが大きいかを答え，それらの間にある整数を 1 つ求めよ。

$\boxed{2}$ 平面上の点 P が以下の (1)，(2)，(3) で与えられる図形上を動く。それぞれの場合に，P を中心とする半径 r $\left(0 < r < \dfrac{1}{2}\right)$ の円（内部を含む）が通過してできる図形の面積を求めよ。

(1) 長さ 1 の線分。

(2) 1 辺の長さが 1 の正方形の周。

(3) 平面上の 3 点 A，B，C を順に線分で結んでできる折れ線。ただし，$\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = 1$，$\angle\mathrm{ABC} = 2\theta$ $\left(\dfrac{\pi}{4} < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする。

$\boxed{3}$ a は $0 \leqq a < 1$ を満たす実数とする。点 $(a,\ 0)$ を頂点とし，y 軸と平行な軸をもち，点 $(1,\ 1)$ を通る放物線を C とする。以下の問いに答えよ。

(1) 放物線 C の方程式を求めよ。

(2) 放物線 C と直線 $y = x$ の交点を全て求めよ。

(3) 放物線 C と直線 $y = x$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(4) (3) で求めた面積 S が最大となるような a の値を求めよ。

$\boxed{4}$ 以下の問いに答えよ。

(1) n を正の整数とする。24^n の正の約数のうち，24 の倍数でないものの個数を求めよ。

(2) 関数 $f(x) = 2\sin x + \cos x$ の $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ における最小値と最大値を求めよ。

(3) 空間内の 2 つの平面 $x - y = 0$，$z - 1 = 0$ の交線を ℓ_1 とし，2 つの平面 $x - 2y = 0$，$x - 2z + 2 = 0$ の交線を ℓ_2 とする。2 つの直線 ℓ_1 と ℓ_2 の交点，およびそれらのなす角 θ を求めよ。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。

$\boxed{5}$ 正の整数 n に対して，関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = e^{-x}x^n$$

とおく。以下では，$\lim_{x\to\infty} f_n(x) = 0$ であることは証明せずに用いてよい。

(1) $n \geqq 2$ とする。$x > 0$ の範囲において，関数 $f_n(x)$ の最大値，およびそのグラフの全ての変曲点の x 座標を求めよ。

(2) 正の実数 r に対して

$$a_n = \int_0^r f_n(x)\,dx$$

とおくとき，数列 $\{a_n\}$ の漸化式を求めよ。

(3) (2) の a_n を $a_n(r)$ と書くとき，極限 $\lim_{r\to\infty} a_n(r)$ を求めよ。

$\boxed{6}$ n を 5 以上の整数とする。xy 平面の点で x 座標と y 座標がともに 1 以上 n 以下の整数であるもの全体を A で表す。A から異なる 2 点 P，Q を無作為に選ぶ。

(1) $\mathrm{PQ} = 1$ となる確率を求めよ。

(2) $\mathrm{P} = (3,\ 3)$ のとき，$\mathrm{PR} = \mathrm{QR} = 1$ となる A の点 R が存在する条件付き確率を求めよ。

(3) $\mathrm{PR} = \mathrm{QR} = 1$ となる A の点 R が存在する確率を求めよ。

$\boxed{7}$ 複素数 $z = \dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$ を考える。ただし i は虚数単位である。以下では $\sqrt{2}$ が無理数であることは証明せずに用いてよい。

(1) 整数 n に対して，z^n を求めよ。

(2) $|a_0 + a_1 z| = 1$ となるような整数の組 $(a_0,\ a_1)$ を全て求めよ。

(3) 複素数 w で，$|w| = 1$ かつある整数 $a_0, a_1, \cdots, a_n$（$n \geqq 0$）により $w = a_0 + a_1 z + \cdots + a_n z^n$ と表されるものを全て求めよ。

$\boxed{8}$ 曲線 $y = \sin x$ $\left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$，$y$ 軸，および直線 $y = 1$ で囲まれた図形を D とする。また，t を実数として，D を直線 $x = t$ のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を V とおく。

(1) $0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，V を t の式で表せ。

(2) t が $0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，V が最小となる t の値がただ 1 つであることを示せ。

$\boxed{9}$ p を素数とする。以下では，整数 $j = 1, 2, \cdots, p-1$ に対して ${}_p\mathrm{C}_j$ が p の倍数であることは証明せずに用いてよい。

(1) 0 以上の整数 n に対して，$n^p - n$ が p の倍数であることを示せ。

(2) 整数 $k = 0, 1, \cdots, p-1$ のうち，$(kp+1)^p - (kp+1)$ が p^2 の倍数となるものの個数を求めよ。

(3) 整数 $m = 0, 1, \cdots, p^2-1$ のうち，$m^p - m$ が p^2 の倍数となるものの個数を求めよ。